

Организаторы школы благодарны

ООО НПП «Технофильтр»

за помощь в подготовке и проведении школы.

ВЛАДИМИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
им. А.Г. и Н.Г. Столетовых

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ им. В.А. Стеклова РАН

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
им. М.В. Ломоносова

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ «МИСиС»

Международная школа молодых ученых
«Моделирование и оптимизация
сложных систем»

АННОТАЦИИ ЛЕКЦИЙ И ДОКЛАДОВ

Суздаль 2016

УДК 517.911/.958

ББК 22.161.6

М43

Редакционная коллегия:

А. А. Давыдов,	доктор физико-математических наук, профессор
С. М. Асеев,	доктор физико-математических наук, член- корреспондент РАН
А. Н. Печень,	доктор физико-математических наук

В сборник включены аннотации лекций и докладов, представленных на Международной школе молодых ученых «Моделирование и оптимизация сложных систем»

Представляет интерес для научных работников, студентов и аспирантов.

ISBN 978-5-98419-069-5

© Коллектив авторов, 2016

Программный комитет

- ◇ **А. А. Давыдов**, (председатель), Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова (Москва, Россия), Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС» (Москва, Россия).
- ◇ **С. М. Асеев**, Математический институт им. В.А. Стеклова Российской академии наук (Москва, Россия), Международный институт прикладного системного анализа (Лаксенбург, Австрия).
- ◇ **А. Н. Печень**, (зам. председателя), Математический институт им. В.А. Стеклова Российской академии наук (Москва, Россия), Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС» (Москва, Россия).

Организационный комитет

- ◇ **А. Н. Печень**, (председатель), Математический институт им. В.А. Стеклова Российской академии наук (Москва, Россия), Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС» (Москва, Россия).
- ◇ **А. А. Давыдов**, (зам. председатель), Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова (Москва, Россия), Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС» (Москва, Россия).
- ◇ **П. А. Яськов**, Математический институт им. В.А. Стеклова Российской академии наук (Москва, Россия), Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС» (Москва, Россия).
- ◇ **Ю. М. Нигматянова**, Владимирский государственный университет им. А.Г. и Н.Г. Столетовых (Владимир, Россия).
- ◇ **Е. В. Шелепова**, Владимирский государственный университет им. А.Г. и Н.Г. Столетовых (Владимир, Россия).

СОДЕРЖАНИЕ

Лекции

Данченко В.И.	6
ВЫДЕЛЕНИЕ ГАРМОНИК ИЗ СМЕСИ ГАРМОНИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ	
Якуш С.Е.	13
ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ МОДЕЛИ КРУПНОМАСШТАБНЫХ АВАРИЙ. ПРОБЛЕМЫ И ПЕРСПЕКТИВЫ.	
Belyakov A.O., Behringer S.	17
A SURVEY ON MAINTENANCE, REPLACEMENT, AND CHAINS OF MACHINES IN MANAGEMENT	
Pechen A.N.	26
ON QUANTUM CONTROL LANDSCAPES	

Доклады

Аристов А.О.	30
МОДЕЛИРОВАНИЕ КВАЗИКЛЕТОЧНЫМИ СЕТЯМИ	
Григорьева А.А.	34
МОДЕЛИРОВАНИЕ ЛОГИСТИЧЕСКОГО ЦИКЛА В СРЕДЕ ARCHIMATE	
Нигматянова Ю.М.	39
ПОСТРОЕНИЕ h -СУММ С ВЕЩЕСТВЕННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ ДЛЯ ЧИСЛЕННОГО ИНТЕГРИРОВАНИЯ И ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ	
Савкин Л.В.	46
ИЗБЫТОЧНЫЕ ПАРНЫЕ ДЕРЕВЬЯ В ГРАФОАНАЛИТИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ РЕГЕНЕРАТИВНЫХ ЭЛЕКТРОННЫХ СИСТЕМ	

ВЫДЕЛЕНИЕ ГАРМОНИК ИЗ СМЕСИ ГАРМОНИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ

Данченко В.И. (Россия)

Владимирский государственный университет
имени А.Г. и Н.Г. Столетовых
vdanch2012@yandex.ru

Постановка задачи.

Выделение гармоник заданного порядка из вещественных тригонометрических полиномов (сигналов) — одна из важных задач гармонического анализа. Она имеет множество приложений в физике, радиотехнике, электротехнике в процессах фильтрации гармонических сигналов разной природы. Разработано немало методов (в основном приближенных) решения этой задачи. Наиболее известными являются спектральные методы Фурье-преобразований и другие подобные методы, основанные на резонансном принципе.

В настоящей работе для выделения гармоник предлагается новый метод амплитудно-фазовых операторов. Такие операторы преобразуют тригонометрические многочлены (сигналы) в *подобные* им, совершая две простейшие операции — домножение на вещественную константу и сдвиг по фазе. Гармоника выделяется простым наложением (сложением) конечного числа подобных многочленов. Метод наложения позволил получить точные аналитические формулы для вычисления гармоник заданного порядка.

Пусть имеется тригонометрический многочлен

$$T_n(x) = \sum_{k=1}^n \tau_k(x), \quad \tau_k(x) := a_k \cos kx + b_k \sin kx, \quad a_k, b_k \in \mathbb{R}, \quad n \in \mathbb{N}$$

(для удобства мы рассматриваем многочлены без свободного члена). Амплитудно-фазовым оператором (АФО) порядка $\leq n$ этого многочлена будем называть преобразование вида

$$H_m(T_n, \{X_j\}, \{\lambda_j\}; x) = \sum_{j=1}^n X_j \cdot T_n(x - \lambda_j), \quad X_j, \lambda_j \in \mathbb{R} \quad (1)$$

(порядок АФО равен числу различных слагаемых (1), в которых $\exp(i\lambda_j)$ попарно различны, а $X_j \neq 0$). Наша основная

Задача. Подбором амплитуд X_j и начальных фаз λ_j получить гармонику с заданным номером $\mu = \overline{1, n}$ в виде:

$$\tau_\mu(x) = H_n(T_n, \{X_j\}, \{\lambda_j\}; x). \quad (2)$$

Определение. Решение X_j, λ_j будем называть допустимым, если выполнено условие (\mathcal{A}) : параметры X_j, λ_j вещественны и не зависят от T_n .

Отметим, что если некоторые $X_j = 0$, или не все $\exp(i\lambda_j)$ попарно различны, то порядок АФО (1) будет, очевидно, строго меньше n .

Определение. Решение X_j, λ_j будем называть регулярным, если выполнено условие (\mathcal{A}') : порядок АФО в точности равен n , т.е. если в (1) все $\exp(i\lambda_j)$ попарно различны, а $X_j \neq 0$.

Замечание. Отметим, что основная трудность задачи (2) состоит в том, что АФО должно быть вещественным и иметь порядок $\leq n$. Действие вещественного АФО имеет простой физический смысл фильтрации: из смеси T_n гармоник выделяется гармоника $\tau_\mu(x)$ наложением подобных сигналов, отличающихся лишь амплитудами и начальными фазами.

Сведение к задаче дискретных моментов

Кратко остановимся на основных результатах работы. Несложно показать, что задача (2) равносильна неполной системе дискретных моментов с неизвестными $Y_j := X_j z_j$ и $z_j := e^{-i\lambda_j}$:

$$\left\{ \begin{array}{l} Y_1 + Y_2 + \dots + Y_n = \sigma_1 \\ \dots \dots \\ Y_1 z_1^{\mu-1} + Y_2 z_2^{\mu-1} + \dots + Y_n z_n^{\mu-1} = \sigma_\mu, \quad Y_j = X_j z_j, \quad z_j := e^{-i\lambda_j}, \\ \dots \dots \\ Y_1 z_1^{n-1} + Y_2 z_2^{n-1} + \dots + Y_n z_n^{n-1} = \sigma_n \end{array} \right. \quad (3)$$

при условии (\mathcal{A}) , которое можно записать в другой форме:

(\mathcal{A}) : $\sigma_k = 0$ при $k \neq \mu$ и $\sigma_\mu = 1$, $z_j = e^{-i\lambda_j}$, все λ_k и X_k вещественны (некоторые X_k могут быть нулевыми).

При решении задач (2) и (3) основную роль играет вспомогательный вещественный параметр

$$\omega := X_1 + X_2 + \dots + X_n, \quad (4)$$

подбором которого и удовлетворяется условие (\mathcal{A}) .

Наиболее полные результаты получены при дополнительном условии:

$$n = s\mu - 1, \quad s \in \mathbb{N}. \quad (5)$$

Опишем кратко основную идею решения задач (2) и (3) при этом условии. Система (3) дополняется добавлением уравнения (4) и уравнений, комплексно сопряженных с уравнениями (3). Получается полная система моментов равносильная системе (3) при условии (\mathcal{A}) .

Для решения полных систем обычно применяется классический метод Прони [1], причем для его эффективности требуется дополнительно условие регулярности (\mathcal{A}') . Однако при $\mu \geq 2$ и условии (5) все решения задач (2) и (3) не являются регулярными, что приводит к невозможности применения метода Прони. Для таких случаев разработаны методы регуляризации задачи моментов определенными вариациями правых частей. Это позволило предельными переходами из решений регуляризованных систем получить нужные решения.

Приведем основной результат, полученный методом регуляризации. Показано, что для разрешимости задач (2) и (3) достаточно, чтобы параметр ω являлся корнем многочлена Чебышева $U_s(\omega/2)$ второго рода. Справедлива

Теорема 1. Пусть $n = s\mu - 1$ ($s \geq 2, \mu \geq 2$) и ω — корень уравнения $U_s(\omega/2) = 0$. Тогда система (3) с исключенным последним уравнением имеет допустимое решение, причем число m отличных от нуля X_k равно $n - (\mu - 1)$. Различные корни $z_k, k = \overline{1, m}$, при $\omega = -2 \cos \varphi_\alpha$ составляют множество

$$\{z_k\} = \{ {}^{(s+1)\mu}\sqrt{(-1)^\alpha} \} \setminus \{ \sqrt[\mu]{e^{i\varphi_\alpha}}, \sqrt[\mu]{e^{-i\varphi_\alpha}} \}, \quad \varphi_\alpha = \frac{\pi\alpha}{s+1}, \quad \alpha = \overline{1, s}. \quad (6)$$

В этом случае допустимое решение (с условием (\mathcal{A})) имеет вид

$$X_k = Z_k z_k^{n-1}, \quad e^{-i\lambda_k} = z_k, \quad k = \overline{1, m},$$

где

$$Z_k = -\frac{\sum_{j \neq k} z_j}{\prod_{j \neq k} (z_k - z_j)} = \frac{z_k}{\prod_{j \neq k} (z_k - z_j)}, \quad k = \overline{1, m},$$

а соответствующий АФО имеет порядок $m = n - (\mu - 1)$ и решает задачу (2) на многочленах порядка $n - 1$.

В случае $\mu = 1$ условие из теоремы на ω является и необходимым, что позволило найти все регулярные решения $X_j = X_j(\omega)$, $\lambda_j = \lambda_j(\omega)$. Приведем соответствующий результат, полученный совместно с Д.Г. Васильченко.

Теорема 2. При $n \geq 2$ и $\mu = 1$ для регулярной разрешимости (2) необходимо и достаточно, чтобы параметр ω был корнем уравнения $U_s(\omega/2) = 0$. При этом решение z_k ($k = \overline{1, n}$) системы (3) составляет множество (6) и

$$X_k = -\frac{\operatorname{sgn}(\sin(n+1)\varphi_\alpha)}{n+2} \cdot \frac{z_k^2 - 2z_k \cos \varphi_\alpha + 1}{z_k^{n+3}},$$
$$\varphi_\alpha = \frac{\pi}{n+2}\alpha, \quad \alpha = \overline{1, n+1}.$$

Во всех случаях имеет место неединственность решений: при условии (5) существует не менее s различных решений.

Отметим еще, что для найденных решений равенство (2) выполняется не только на многочленах, но и на достаточно широком классе сходящихся тригонометрических рядов. Например, в случае выделения первой гармоники равенство (2) выполняется на тригонометрических рядах, в которых отсутствуют гармоники с номерами $\pm 1 + (n+2)k$, $(n+2)k$, $k \in \mathbb{N}$.

Литература

- [1] R. Prony. Sur les lois de la Dilatabilité des fluides élastiques et sur celles de la Force expansive de la vapeur de l'eau et de la vapeur de l'alkool, à différentes températures, *J. de l'Ecole Polytech.* **2**(4) (1795), 28-35 [in French].
- [2] J.J. Sylvester, On a remarkable discovery in the theory of canonical forms and of hyperdeterminants, *Phil. Magazine* **2** (1851), 391–410.
- [3] J.P.S. Kung, Canonical forms of binary forms: Variations on a theme of Sylvester. Invariant theory and tableaux (Minneapolis, MN, 1988), IMA Vol. Math. Appl. **19** (1990) 46–58, Springer, New York.
- [4] Y.I. Lyubich, The Sylvester-Ramanujan system of equations and the complex power moment problem, *Ramanujan J.* **8** (2004), 23–45.

- [5] Petr Chunaev, Vladimir Danchenko. Approximation by amplitude and frequency operators // Journal of Approximation Theory 207 (2016)

ЗАМЕТКИ

ЗАМЕТКИ

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ МОДЕЛИ КРУПНОМАСШТАБНЫХ АВАРИЙ. ПРОБЛЕМЫ И ПЕРСПЕКТИВЫ.

Якуш С.Е. (Россия)

ФГБУН Институт проблем механики им. А.Ю.Ишлинского
Российской академии наук (ИПМех РАН)
yakush@ipmnet.ru

Современные промышленные и энергетические объекты характеризуются высокой концентрацией веществ и материалов, утечка или аварийный выброс которых представляет значительную опасность. Выброс химически активных или высокотемпературных веществ и материалов сопровождается выделением значительной энергии. Крупные аварии, как правило, характеризуются сочетанием нескольких поражающих факторов, взаимно усиливающих ущерб от аварии (гибель людей, уничтожение имущества, загрязнение окружающей среды). Имеются лишь единичные эксперименты по крупномасштабным пожарам и взрывам, в редких случаях осуществлялся детальный мониторинг развития аварии. Поэтому актуальным является изучение протекающих при аварии процессов с применением современных вычислительных методов и средств.

В докладе рассмотрены физические явления, характерные для крупномасштабных аварии при выбросе в атмосферу газов и сжиженных углеводородных топлив: вскипание перегретой жидкости, расширение двухфазного парожидкостного облака с образованием ударных волн, зажигание и горение топливовоздушной смеси в режиме огненного шара. Методами численного моделирования получены характеристики физического взрыва при вскипании (избыточное давление в ударной волне, эффективная энергия взрыва). На основе моделей RANS и LES определены характеристики огненных шаров при вертикальных выбросах топлива и полном разрушении резервуара (время выгорания, излучение, зоны поражения). Показана возможность возникновения дополнительных поражающих факторов за счет гидродинамического воздействия всплывающего крупномасштабного огненного шара. Результаты численных расчетов сопровождаются сравнением с экспериментами и реальными авариями.

Сформулированы актуальные научные проблемы изучения отдельных явлений и их взаимодействия при крупномасштабных авари-

ях, решение которых требует применения мощных вычислительных средств (суперЭВМ). Применительно к авариям с выбросами углеводородных топлив к ним относятся расчет смешения при резком выбросе горючего в атмосферу, моделирование зажигания топливовоздушной смеси в условиях сильно неравновесной турбулентности, распространение турбулентного пламени по неоднородному топливовоздушному облаку, ускорение пламени на препятствиях и образование волн давления в условиях реальной аварии. Детальное моделирование с использованием супер ЭВМ позволяет достичь нового уровня понимания протекающих при авариях процессов, необходимого для снижения промышленных рисков и повышения безопасности в целом.

ЗАМЕТКИ

ЗАМЕТКИ

A SURVEY ON MAINTENANCE, REPLACEMENT, AND CHAINS OF MACHINES IN MANAGEMENT

Belyakov A.O. (Russia)

Lomonosov Moscow State University
National Research Nuclear University “MEPhI”
a_belyakov@inbox.ru

Stefan Behringer (Germany)

Universität Duisburg-Essen
stefan.behringer@uni-due.de

Studies of machine replacement and maintenance, that are fundamental problems in engineering and operations research go back into the history of economics and accounting to at least Hotelling (1925). Related problems occur in forest management such as in Näslund (1969), see Clark (1976). The characteristic feature of these problems is that replaced equipment has an endogenous age.

An early major work dealing with machine replacement problems appeared in 1949 as a MAPI (Machinery and Applied Products Institute) study by Terborgh (1949). The main focus of this study were those problems where the optimization was carried out only with respect to the replacement lives of the machines under consideration. Boiteux (1955) and Massé (1962) extended the single machine replacement problem to include the optimal timing of a *partial replacement* of the machine before its final retirement.

Näslund (1966) was the first to solve a generalized version of the Boiteux problem employing the Maximum Principle. He considered optimal *preventive maintenance* applied continuously over the entire period instead of a single optimal partial replacement before the machine is retired. Thompson (1968) produces a modification of Näslund’s model. Arora & Lele (1970) extend Thompson’s model (his deterioration function). These early models are summarized in Bensoussan et. al. (1974).

1. Simple Maintenance and Replacement Models

Thompson (1968) assumes a single machine whose resale value gradually declines. This state variable hence declines over time as it is affected by an obsolescence factor and the amount of preventive maintenance which can slow down its decline. The control problem consists

of simultaneously determining the optimal rate of preventive maintenance and the sale date of the machine. The problem can be solved using the Maximum Principle as summarized in Sethi & Thompson (2000, Ch.9). Hartl (1983) also allows for the running speed of the machine as a control variable and Feichtinger & Hartl (1981) for non-linear relationships between state and control variables.

2. Maintenance and Replacement for a Machine Subject to Failure

In economics the most well know contribution to this literature is probably Kamien & Schwartz (1971) who look at preventive measures of maintenance to influence a stochastic failure of a machine and determine its optimal sale age. It is assumed that the production rate of the machine is independent of its age, while its probability of failure increases with its age and that the control is bounded.

Consistent with this assumption, *the purpose of preventive maintenance in the Kamien-Schwartz model is to influence the failure rate of the machine rather than arrest the deterioration in the resale value as before.* A similar construction of the failure rate is used in Sethi (1979) leading to a state-separable differential game (see Dockner et. al. (1985)).

Furthermore the model of Kamien & Schwartz (1971) allows for sale of the machine at any time, provided it has not failed before, and for its disposal as junk if it has done so. The optimal control problem therefore is to find an optimal maintenance policy for the period of ownership, and an optimal sale date at which the machine should be sold provided. Related models are Sarma & Alam (1975), and Gaimon & Thompson (1989). The KS model is applied to limit pricing in Kamien & Schwartz (1971b) where a seller's pricing policy will affect the probability of entry of competitors modelled by a hazard rate that is non-decreasing in the product price.

Whereas this model can be considered to treat a stochastic failure (e.g. Feichtinger & Hartl, (1986, p. 311) who also provide a slightly more elegant version of the model in §10.1), Bensoussan & Sethi (2007) clarify that it is solved as a deterministic optimal control problem that yields a deterministic optimal maintenance and sale date. On the other hand the authors study two truly stochastic versions of the model with known modes and derive the deterministic Kamien & Schwartz (1971) solutions showing the robustness of the original results.

As in Feichtinger & Hartl (1986, p.51), the finite horizon models

of Näslund (1966), Thompson (1968), Kamien & Schwartz (1971) and Sethi (1973a), have functional forms for the objective function that seems palpable, but for which the standard (Pontryagin) transversality condition for the optimal endpoint no longer holds without additional assumptions.

3. Chain of Machines

An interesting extension of the maintenance and replacement problem above deals with a chain of machines, going back to Preinreich (1940). By this we mean that a machine that is disposed of will immediately be replaced by a new one to keep production going.

Following Sethi & Thompson (2000, Sect. 9.3): Given the time periods $0, 1, 2, \dots, T - 1$, this first machine is purchased at the beginning of period zero. Then one finds an optimal number of machines, say l , and optimal times $0 < t_1 < t_2, \dots, t_{l-1} < t_l < T$ of their replacements such that the existing machine will be replaced by a new machine at time t_j , $j = 1, 2, \dots, l$. At the end of the horizon defined by the beginning of period T , the last machine purchased will be salvaged. Also the optimal maintenance policy for each of the machines in the chain must be found.

The idea of modelling *discrete* chains of machines brings with it an important control technical challenge: The standard finite horizon objective functional of a profit stream for one firm with a single machine as in the simple models above implies an optimal point in time for sale. This point in time will no longer be optimal if a chain of machines is considered. As often the case in practice, once a machine is sold, a new one is purchased which leads to new yields so that considering only one machine in the model will usually yield a point in time for sale that is too late for the case where a chain of machines is investigated (see Feichtinger & Hartl (1986, §2,8). The overall question remains the same however: What is the best maintenance policy and what is the optimal lifetime (replacement time), but now for *each* machine.

Two approaches to this problem have been developed in the literature. The first attempts to solve for an *infinite horizon* ($T = \infty$) with a simplifying assumption of identical machine lives, i.e., $t_j - t_{j-1} = t_{j+1} - t_j$ for all $j \geq 1$, see Sethi (1973a). In this case $l = \infty$ as well. The second relaxes the assumption of identical machine lives, but then, it can only solve a *finite horizon* problem involving a finite chain of machines, i.e., l is finite; see Sethi & Morton (1972).

Two further recent categories into which the replacement problem with

chains of machines may fall are: a) *serial replacement* of a single machine (Yatsenko & Hritonenko (2008)) or b) *parallel replacement* of several economically dependent machines (e.g. Hartmann, (2000) and Yatsenko & Hritonenko (2008)).

If *technological change* is allowed for then option a) with a single machine is mostly chosen (see Sethi & Chand, (1979), Bylka, et. al. (1992), or Regnier et. al. (2004)) mostly in discrete time. A paper that tackles option b) with technological change (i.e. allowing for improved efficiency, reduced maintenance costs and possibly the cost of newer machines that replace older ones) are Hritonenko & Yatsenko, (2005, 2010), where for reasons of complexity time is continuous. The connections between discrete and continuous time for these models are investigated rigorously (letting the period length go to zero) in Yatsenko & Hritonenko (2010) who note that continuous time models are structurally very close to the «vintage capital models» in economics.

There is also work that aims to extend the Kamien & Schwartz (1971) framework to include chains/replacement of machines. Dogramaci and Fraiman (2004) have considered the chain of replacements problem with the KS model as basis, restricting replacements to take place only at a set of discrete time instants decided upon a priori. This leads to *intervals of no activity* because the machines will almost certainly fail at times other than the given discrete replacement opportunity times. Dogramaci (2005) has formulated a chain of replacement and hibernation intervals to be considered in an optimal solution.

References

- [1] Arora, S.R. & Lele, P.T. (1970): A Note on Optimal Maintenance Policy and Sale Date of a Machine, *Management Science*, Vol. 17(3), pp. 170-173.
- [2] Behringer, S. & Upmann, T. (2014): Optimal harvesting of a spatial renewable resource, *Journal of Economics Dynamics & Control*, Vol 42, pp.105-120.
- [3] Belyakov, A.O., Davydov, A.A., & Veliov, V.M. (2015): Optimal Cyclic Exploitation of Renewable Resources, *Journal of Dynamical and Control Systems*, Vol 21, Issue 3, pp. 475-494.

- [4] Bensoussan, A., Hurst, E.G.Jr., & Näslund, B. (1974): Management Applications of Modern Control Theory, North-Holland, Amsterdam.
- [5] Bensoussan, A. & Sethi, S.P. (2007): The Machine Maintenance and Sale Age Model of Kamien and Schwartz Revisited, Management Science, Vol. 53, No. 12, pp. 1964-1976.
- [6] Boiteux, M. (1955): Réflexions sur la concurrence du rail et de la route, le déclassement des lignes non rentables et le déficit du chemin de fer, *L'Economie Electrique*, 2.
- [7] Boucekine, R., Hritonenko, N. & Yatsenko, Y. (2010): Optimal Control of Age-Structured Populations in Economy, Demography, and the Environment, Taylor & Francis.
- [8] Bylka, S., Sethi, S.R & Sorger, G. (1992): Minimal forecast horizons in equipment replacement models with multiple technologies and general switching costs, Naval Research Logistics, Vol. 39, pp. 487-507.
- [9] Clark, C.W. (1976): Mathematical Bioeconomics: The Optimal Management of Renewable Resources, Wiley, New York.
- [10] Dockner, E., Jorgensen, S. Long N.V. & Sorger, G. (1985): Differential games in economics and management science, Cambridge University Press.
- [11] Dogramaci, A. (2005): Hibernation durations for chain of machines with maintenance under uncertainty in C. Deissenberg & R. Hartl, eds. Optimal Control and Dynamic Games: Applications in Finance, Management Science and Economics, Chap. 14. Springer, New York, pp. 231-238.
- [12] Dogramaci, A. & Fraiman N.M. (2004): Replacement decisions with maintenance under uncertainty: An imbedded optimal control model, Operations Research, 52(5), pp. 785-794.
- [13] Feichtinger, G. & Hartl, R.F. (1981): Ein nichtlineares Kontrollproblem der Instandhaltung, OR Spektrum, Vol. 3, pp. 49-58.
- [14] Feichtinger G. & Hartl. R.F. (1986): Optimale Kontrolle ökonomischer Prozesse, Anwendungen des Maximumprinzips in den

- Wirtschaftswissenschaften, de Gruyter, Berlin.
- [15] Gaimon, C. & Thompson, G.L. (1989): Optimal preventive and repair maintenance of a machine subject to failure and a declining resale value, *Optimal Control Applications & Methods*, Vol. 10, pp. 211-228.
 - [16] Hartl, R. (1983): Optimal maintenance and production rates for a machine, *Journal of Economic Dynamics and Control*, Vol. 6, pp. 281-306.
 - [17] Hartmann, J. (2000): The parallel replacement problem with demand and capital budgeting constraints, *Naval Research Logistics*, Vol. 47, pp. 40-56.
 - [18] Hotelling, H. (1925): A general mathematical theory of depreciation, *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 20, pp. 340-353.
 - [19] Hritonenko, N. & Yatsenko, Y. (2005): Turnpike and optimal trajectories in integral dynamic models with endogenous delay, *Journal of Optimization Theory and Applications*, Vol. 127, pp. 109-127.
 - [20] Kamien, M.I. & Schwartz, N.L. (1971): Optimal maintenance and sale age for a machine subject to failure, *Management Science*, Vol. 17(9), pp. B495-B504.
 - [21] Kamien, M. I. & Schwartz, N.L. (1971b): Limit pricing and uncertain entry, *Econometrica*, 39(3), pp. 441-454.
 - [22] Massé, P. (1962): *Optimal Investment Decisions*, Prentice- Hall, Englewood Cliffs, NJ.
 - [23] McClurg, T. & Chand, S. (2002): A parallel machine replacement model, *Naval Research Logistics*, Vol. 49, pp. 275-287.
 - [24] Näslund, B. (1966): Simultaneous determination of optimal repair policy and service life, *The Swedish Journal of Economics*, Vol. 68, pp. 63-73.
 - [25] Näslund, B. (1969): Optimal rotation and thinning, *Forest Science*, Vol. 15, pp. 466-451.
 - [26] Preinreich, G.A.D. (1940): The economic life of industrial equipment, *Econometrica*, Vol. 8, pp. 12-44.

- [27] Regnier, E., Sharp, G., & Tovey, S. (2004): Replacement under ongoing technological progress, IIE Transactions, Vol. 36, pp.497-508.
- [28] Sarma, V.V.S. & Alam, M. (1975): Optimal maintenance policies for machines subject to deterioration and intermittent breakdowns, IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, SMC-5, pp. 396-398.
- [29] Sethi, S. P. (1979), Optimal pilfering policies for dynamic continuous thieves, Management Science, Vol. 25 (6), pp. 535–542.
- [30] Sethi, S.P. (1973a): Simultaneous optimization of preventive maintenance and replacement policy for machines: a modern control theory approach, AIIE Transactions, Vol. 5(2), pp. 156-163.
- [31] Sethi, S.P. (1973b): An Application of Optimal Control Theory in Forest Management, Journal of Management Science and Applied Cybernetics, 2,1.
- [32] Sethi, S.P. & Chand, S. (1979): Planning horizon procedures in machine replacement models, Management Science, Vol. 25, pp.140-151.
- [33] Sethi, S.P. & Morton, T.E. (1972): A mixed optimization technique for the generalized machine replacement problem, Naval Research Logistics Quarterly, Vol. 19, pp. 471-481.
- [34] Sethi, S.P. & Thompson, G.L. (1981/2000): Optimal Control Theory: Applications to Management Sciences, Nijhoff, Boston.
- [35] Terborgh, G. (1949): Dynamic Equipment Policy, McGraw-Hill, New York.
- [36] Thompson, G.L. (1968): Optimal Maintenance Policy and Sale Date of a Machine, Management Science, Vol. 14(9), pp. 543-550.
- [37] Yatsenko, Y. & Hritonenko, N. (2008): Properties of optimal machine service life under technological change, International Journal of Production Economics, Vol. 114, pp. 230-238.
- [38] Yatsenko, Y. & Hritonenko, N. (2010): Discrete-continuous analysis of optimal equipment replacement, International Transactions in Operations Research, Vol. 17, pp. 577-593.

ЗАМЕТКИ

ЗАМЕТКИ

ON QUANTUM CONTROL LANDSCAPES

Pechen A.N. (Russia)

The National University of Science and Technology MISiS
Steklov Mathematical Institute of Russian Academy of Sciences

pechen@mi.ras.ru

Control of atomic and molecular scale quantum systems attracts high interest of researchers. This interest is motivated by important existing and prospective applications and by interesting mathematical problems. Applications of quantum control range from laser control of chemical reactions and quantum technologies to quantum computation and quantum information. In this lecture we will discuss some mathematical problems which appear in the analysis of control of quantum systems.

To formulate a typical quantum control problem, first we need to define a mathematical notion of quantum state. State of a quantum system in the most general case can be described by density matrix. If the quantum system has n energy levels then its density matrix ρ will be an $n \times n$ complex Hermitian matrix which in addition is positive, $\rho \geq 0$, and has unit trace, $\text{Tr}\rho = 1$. If the quantum system evolves under the action of control $f(t)$, e.g., a shaped laser pulse, and interacts with some environment, its density matrix will satisfy a master equation

$$\frac{d\rho_t}{dt} = -i[H_0 + f(t)V, \rho_t] + \mathcal{L}(\rho_t)$$

Here H_0 and V are the free and interaction Hamiltonians ($n \times n$ Hermitian matrices) and dissipative superoperator \mathcal{L} describes the influence of the environment.

Let ρ_T be the density matrix of the system at some final time $T > 0$. A typical quantum control problem can be formulated as maximizing an objective functional $J(f)$. A specific example is average value of an observable O ($n \times n$ Hermitian matrix) which is described by the objective functional $J(f) = \text{Tr}(\rho_T O)$. *Control landscape* is the graph of the objective functional J . *Traps* are controls which are optimal only locally but not globally—any small variation of a trapping control does not perform the control goal better while globally the outcome can be far from optimal. Traps could be important obstacles for preventing the search for globally optimal controls and for this reason the analysis of traps attracts

a high attention [1–5]. We will outline recent progress in the analysis of traps for quantum systems including the discovery of second-order traps for systems with $n \geq 3$ levels, trap-free behaviour of state preparation and gate generation for qubits—two-level quantum systems which form a basic building block for quantum computation, absence of traps for control of tunnelling of a quantum particle through a potential barrier, and other related topics.

References

- [1] H. Rabitz, H. Hsieh, and C. Rosenthal, Quantum optimally controlled transition landscapes, *Science*, **303**, 1998 (2004).
- [2] A.N. Pechen and D.J. Tannor, Are there traps in quantum control landscapes?, *Physical Review Letters*, **106**, 120402 (2011).
- [3] P. de Fouquieres and S.G. Schirmer, Quantum control landscapes: a closer look, *Infinite Dimensional Analysis, Quantum Probability and Related Topics*, **16**(3), 1350021 (2013).
- [4] A. Pechen and N. Il'in, Trap-free manipulation in the Landau-Zener system, *Physical Reviews A*, **86**, 052117 (2012).
- [5] N. Rach, M. M. Müller, T. Calarco, and S. Montangero, Landscape engineering: removing local traps in the chopped random basis optimization, *Physical Reviews A*, **92**, 062343 (2015).

ЗАМЕТКИ

ЗАМЕТКИ

МОДЕЛИРОВАНИЕ КВАЗИКЛЕТОЧНЫМИ СЕТЯМИ¹

Аристов А.О. (Россия)

Национальный исследовательский технологический
университет «МИСиС»
batan-87@mail.ru

В различных областях науки, техники и технологий рассматриваются системы, изучение которых сводится к моделированию потоков (материальных, финансовых, информационных) в пространстве и времени потоковых систем. Для таких систем моделирование является общенаучным методом исследования. Важной особенностью таких систем является дуализм потока на микро- и макроуровне. На микроуровне поток рассматривается как совокупность взаимодействующих потокообразующих объектов, на макроуровне поток как единый объект, обладающий некоторыми свойствами и поведением.

Автором предложен особый тип дискретных структур квазиклеточные сети [1]. Квазиклеточные сети не имеют явно заданной сигнатуры, и обеспечивают моделирование потоковых систем на микро- и макроуровне в рамках единой модели. Указанный подход позволяет обеспечить переход между микро- и макроуровнями в различных предметных интерпретациях, что является важной проблемой развития технических систем [2].

Квазиклеточная сеть представляет собой дискретную структуру состоящую из клеток, имеющих как базовые параметры (в наиболее часто рассматриваемых примерах координаты в пространстве), так и параметры состояния клетки. Состояние клетки каждый такт модельного времени может передаваться соседним клеткам (соседство определяется условием, зависящим от базовых параметров). Множество всех возможных передач состояния каждый такт модельного времени образует циркуляцию в квазиклеточной сети [3].

Автором рассмотрены вопросы представления потоковых систем квазиклеточными сетями, а именно переход от теоретико-графовых моделей, клеточных автоматов и конечных автоматов к квазиклеточным сетям. Отдельно рассматриваются динамические аспекты квазиклеточных сетей (циркуляция) [3].

¹Выполнено при поддержке гранта РФФИ - тема № 15-08-06453А

В широком варианте каждая клетка квазиклеточной сети обладает структурой, включающей базовые (неизменные параметры клетки), переменные параметры (клетки) и параметры состояния (микрообъекта в клетке). На основе базовых параметров определяется предикат соседства и основная классификация квазиклеточных сетей. Однако их наиболее распространённым вариантом являются квазиклеточные сети координатного типа.

На основе квазиклеточных сетей осуществляется структурно-параметрический синтез моделей потоковых систем, предполагающих получение численных характеристик потока (в различных предметных интерпретациях), таких как величина, плотность, интенсивность и др. Кроме того, квазиклеточные сети позволяют обеспечивать визуализацию данных в виде графиков, тепловых карт и т.п. [4].

Реализация квазиклеточных сетей на ЭВМ фон Неймановского типа предполагает попарный перебор (каждый с каждым) клеток на предмет соседства (вычисления предиката соседства) и возможности передачи состояния. Отдельно рассматривается связь квазиклеточных сетей с клеточными, конечными автоматами, потоками в сетях и другими дискретными структурами.

В целом квазиклеточные сети представляют инструментарий математического и компьютерного моделирования потоковых систем в различных предметных интерпретациях на микро- и макроуровне. Также квазиклеточные сети обеспечивают возможность геометрического моделирования и визуализации потоковых систем.

Литература

- [1] Аристов А.О. Теория квазиклеточных сетей М:МСиС, 2014.
- [2] Альтшуллер Г. Творчество как точная наука. Теория решения изобретательских задач. Петрозаводск:Скандинавия, 2004.
- [3] Аристов А.О. Циркуляция в квазиклеточных сетях и их классификация статья, Горный информационно-аналитический бюллетень, № 9, 2013
- [4] Аристов А.О. Геометрическое моделирование и визуализация данных моделирования в квазиклеточных сетях статья, Научная визуализация №5, 2014

ЗАМЕТКИ

ЗАМЕТКИ

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЛОГИСТИЧЕСКОГО ЦИКЛА В СРЕДЕ ARCHIMATE

Григорьева А. (Россия)

Санкт-Петербургский Политехнический Университет Петра Великого
grigoreva_spb@list.ru

В последние годы у менеджмента крупных компаний стремительно растет интерес к повышению эффективности бизнеса за счет использования информационных технологий. В частности, для построения более эффективной модели бизнеса широко используют архитектурные методы, доказавшие свою эффективность на уровне информационных систем предприятия. Применение архитектурных методов на уровне бизнес-процессов привело к появлению нового научного направления – архитектуры предприятия.

Архитектура предприятия в общем случае рассматривает предприятие как сложную систему, состоящую из бизнес-уровня, уровня данных/приложений, и уровня технологической инфраструктуры.

Сегодня, на федеральном и частном уровнях, чаще всего используются следующие подходы к управлению архитектурой предприятия: ZachmanFramework [1], FederalEnterpriseArchitectureFramework [2], Gartner[3], TOGAF[4].

При этом в последнее время методология TOGAF приобретает все большую актуальность за счет входящего в его состав методика разработки архитектуры ArchitectureDevelopmentMethod (ADM). Именно этот компонент служит инструментом непрерывного управления архитектурными изменениями (в т.ч. миграцией) в организациях. Метод ADM помимо предварительной фазы включает в себя следующий замкнутый цикл из фаз:

При реализации проекта по архитектурным изменениям по стандарту TOGAF и используется интерактивный метод моделирования архитектуры предприятия на графическом языке ArchiMate [5]. Основная цель языка в контексте методологии TOGAF – представление архитектурных моделей. Язык архитектурного моделирования ArchiMate дополняет TOGAF, обеспечивая необходимый набор понятий и обозначений. Язык позволяет создавать как отдельные модели, в том числе соответствующие представлениям TOGAF, так и модели, объединяющие различные домены архитектуры [6].

На рисунках 1 и 2 показано графическое представление бизнес-уровня, реализованного на графическом языке ArchiMate, в Фазе В «Архитектура бизнеса». На этом этапе происходит описание организационной структуры предприятия, его внутренних бизнес-процессов. Происходит выявление «узких мест», ликвидацию которых будет обеспечивать целевая архитектура.

Пример. В качестве примера на рисунке 1 представлен логистический цикл исполнения заказа дистрибьюторской компании промышленного сектора «business to business». Под логистическим циклом будем понимать последовательность этапов, начиная с момента поступления запроса на поставку продукции и заканчивая поступлением денежных средств за поставленный товар.

На рисунке 2 представлена модель ее организационной структуры. В обеспечении поставок продукции задействован отдел сопровождения продаж, выполняющий роль по размещению заказа, обеспечению беспрепятственного импорта, координации транспортировки. Мониторинг оплат осуществляет финансовый отдел, контролирующий соблюдение кредитных лимитов и графика/сроков платежей. Таким обра-



Рис. 1: Логистический цикл

зом, язык ArchiMate как средство визуализации моделей проектов по разработке архитектурных решений обладает преимуществами:

- 1) сервисной ориентированности языка;
- 2) послойного и системного строения языка – представляет взгляд на предприятие как на систему различных систем, образующих слои (уровни) представления предприятия.

Литература

- [1] John F. Sowa and John Zachman (1992) Extending and Formalizing the Framework for Information Systems Architecture In: IBM Systems Journal, Vol 31, no.3, pp. 590-616.

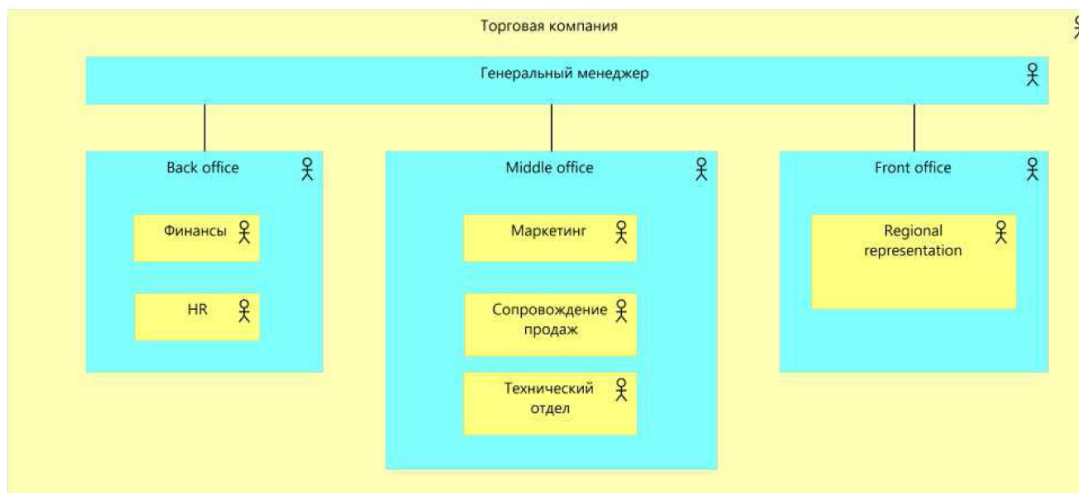


Рис. 2: Организационная структура

- [2] Federal Enterprise Architecture Consolidated Reference Model. Version 2.3. October 2007. URL: <http://www.whitehouse.gov/omb/e-gov/fea> (accessed: 10.04.2016)
- [3] Gartner Research Process URL: http://www.gartner.com/technology/research/methodologies/research_process.jsp (accessed: 10.06.2016)
- [4] Welcome to TOGAF Version 9.1 Enterprise Edition, The Open Group. URL: <http://www.opengroup.org/togaf/> (accessed: 10.06.2016)
- [5] А. Рубенчик. Моделирование архитектуры предприятия. Обзор языка ArchiMate [Электронный ресурс] – Корпоративный менеджмент, 2015. – Режим доступа: <http://www.cfn.ru/itm/standards/ArchiMate.shtml> (дата обращения 10.06.2016)
- [6] H. Jonkers, D. Quartel, H. Franke. ArchiMate for Integrated Modelling Throughout the Architecture Development and Implementation Cycle, UporabnaInformatika, 2012

ЗАМЕТКИ

ЗАМЕТКИ

ПОСТРОЕНИЕ h -СУММ С ВЕЩЕСТВЕННЫМИ
КОЭФФИЦИЕНТАМИ ДЛЯ ЧИСЛЕННОГО
ИНТЕГРИРОВАНИЯ И ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ

Нигматянова Ю.М. (Россия)

Владимирский государственный университет
им. А.Г. и Н.Г. Столетовых
nigmatyanova@vlsu.ru

Мы изучаем аппроксимативные свойства h -сумм, представляющих собой обобщение наипростейших дробей

$$R_n(z) = (\ln(Q_n(z)))' = \sum_{k=1}^n \frac{1}{(z - z_k)}$$

аппроксимативные свойства которых исследуются, начиная с 1999 года. Такие суммы имеют следующий вид:

$$H_n(z) = \sum_{k=1}^n \lambda_k h(\lambda_k z), \quad (1)$$

где h – фиксированная аналитическая в окрестности начала функция, а аппроксимация производится за счет подбора параметров λ_k .

Впервые наипростейшие дроби использовались в качестве аппарата аппроксимации в работах В.И. Данченко[1]. Этой задачей в дальнейшем занимались М.А. Комаров[2], Е.Н. Кондакова[3], А.В. Фрянец [4], П.В. Чунаев [5] и др. В качестве приложений А.В. Фрянцевым и П.В. Чунаевым были получены формулы численного дифференцирования и интегрирования посредством h – сумм. К недостатку этих приложений можно отнести то, что в случае вещественных функций $h(z)$ дифференцирующие и интегрирующие h – суммы были комплексными.

В связи с этим автору данной работы В.И. Данченко поставил задачу построения вещественных дифференцирующих и интегрирующих h -сумм, то есть сумм вида (1) с вещественными λ_k . Автору удалось решить данную задачу методом пробных функций, которому и посвящена данная заметка.

Остановимся подробнее на случае численного дифференцирования 1-го порядка. Задача состоит в том, чтобы аппроксимировать дифференциальный оператор $(zh(z))'$ посредством вещественных h – сумм. Запишем это формально

$$(zh(z))' \approx \sum_{k=1}^n \lambda_k h(\lambda_k z). \quad (2)$$

Возьмем для начала четную функцию $h(z)$. Применим n -кратную интерполяцию Паде, то есть приравняем коэффициенты в разложении в ряд Маклорена функции $(zh(z))'$ к соответствующим коэффициентам h -суммы (1). Видим, что для интерполяции требуется выполнение условия на степенные суммы:

$$S_{2k+1} = 2k + 1, \text{ где } S_k = \lambda_1^k + \lambda_2^k + \dots + \lambda_n^k. \quad (3)$$

Теперь, зная S_{2k+1} , требуется восстановить параметры λ_k с условием их вещественности. Простым подбором решить эту задачу не представляется возможным. Предлагается следующий путь. Введем в качестве вспомогательных параметров степенные суммы с четными номерами $S_{2k} = \lambda_1^{2k} + \lambda_2^{2k} + \dots + \lambda_n^{2k}$. Требуется подобрать S_{2k} так, чтобы все λ_k удовлетворяли условиям $S_{2k+1} = 2k + 1$ и были вещественными.

Построим производящий многочлен, степенные суммы корней которого равны S_k (известные S_{2k+1} и неизвестные S_{2k}). Для этого воспользуемся известной рекуррентной формулой Ньютона, которая восстанавливает симметрические многочлены от корней через их степенные суммы

$$\sigma_1 = S_1, \sigma_m = \frac{(-1)^{m+1}}{m} \left(S_m + \sum_{j=1}^{m-1} (-1)^j S_{m-j} \sigma_j \right), m = 2, \dots, n, \quad (4)$$

Пусть

$$P_n(\lambda) := \lambda^n - \sigma_1 \lambda^{n-1} + \sigma_2 \lambda^{n-2} - \dots + (-1)^n \sigma_n.$$

Заметим, что коэффициенты σ_k зависят от S_{2k} , как от неизвестных параметров. Задача сводится к тому, чтобы подобрать параметры S_{2k} так, чтобы производящий многочлен имел вещественные корни.

Для решения этой задачи мы выбираем специальный пробный многочлен $T_n(\lambda) = \sum_{k=1}^n t_k \lambda^k$ с вещественными корнями. Можно, например, взять такой многочлен с корнями

$$z_1 = 1 - \sum_{k=2}^n z_k, \quad z_k = (-1)^k (k-2), \quad k = 2, \dots, n.$$

Далее, варьируя параметры S_{2k} , добиваемся того, чтобы коэффициенты многочленов $T_n(\lambda)$ и $P_n(\lambda)$ отличались как можно меньше. Оказывается, что при правильном выборе пробного многочлена такую процедуру минимизации удастся провести методом наименьших квадратов и получить производящий многочлен с вещественными корнями. Эта процедура подробно описана в [6].

Такой метод для нечетных функций напрямую не проходит. Однако решения задачи все же удастся получить следующим образом. Рассмотрим вспомогательную функцию $h_1(z) = h(z)/z$, где $h(z)$ – нечетная функция. Поскольку она четная, то по предыдущему имеем

$$zh'(z) \approx \sum_{k=1}^n h(\lambda_k).$$

Любую функцию $h(z)$ можно представить в виде суммы четной и нечетной функции $h(z) = h_1(z) + h_2(z)$, где $h_1(z)$ – четная функция, $h_2(z)$ – нечетная функция. Например, можно положить

$$h_1(z) = \frac{h(z) + h(-z)}{2}, \quad h_2(z) = \frac{h(z) - h(-z)}{2}.$$

Тогда

$$(zh(z))' = \frac{h(z) - h(-z)}{2} + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n [h(\lambda_k z)(1 + \lambda_k) - h(-\lambda_k z)(1 - \lambda_k)].$$

Ввиду трудоемкости описанного выше процесса возникла задача: не вычисляя корней многочлена, восстановить степенные суммы с четными номерами. Основным результатом данной заметки является

Теорема 1. *Справедлива следующая рекуррентная формула*

$$S_{2k} = \frac{2kS_1}{(2k+1)(S_1^2+1)} \left(S_{2k+1} + \sum_{i=2}^{2k-1} (-1)^{2k+1-i} S_i \sigma_{2k+1-i} \right) - \\ - \frac{2k+1+S_1^2}{(2k+1)(S_1^2+1)} \sum_{i=1}^{2k-1} (-1)^{2k-i} S_i \sigma_{2k-i} + \\ + \frac{2k}{S_1^2+1} (S_1 t_{n-2k+1} - t_{n-2k}). \quad (1)$$

Результат (2) был обобщен на производные 2-го и 3-го порядков. На основе предложенного выше метода пробных функций автором были получены формулы численного дифференцирования 2-го и 3-го порядков. То есть, получены формулы:

$$(z^2 h(z))'' \approx \sum_{k=1}^n \lambda_k h(\lambda_k z), \quad (z^3 h(z))''' \approx \sum_{k=1}^n \lambda_k h(\lambda_k z)$$

с вещественными h -суммами.

Метод пробных многочленов использован нами также в формулах численного интегрирования с помощью вещественных h -сумм. Например, в случае четных аналитических функций h найден набор вещественных параметров λ_k , для которых

$$\frac{1}{x} \int_0^x h(z) dz \approx \sum_{k=1}^n \lambda_k h(\lambda_k z).$$

Литература

- [1] Данченко В.И., Данченко Д. Я. О равномерном приближении логарифмическими производными многочленов // Теория функций, ее приложения и смежные вопросы. Материалы школы-конференции, посвященной 130-летию со дня рождения Д.Ф. Егорова. – Казань, 1999. – С. 74–77.
- [2] Комаров М.А. Критерий наилучшего приближения констант простейшими дробями. – Матем. Заметки. 2013. – 93:2 . – С. 209–215

- [3] Кондакова Е.Н. Интерполяция наимпростейшими дробями. –Изв. Саратов. ун-та. Нов.сер. Сер.Математика. Механика. Информатика. 2009. – 9:2. –С. 30–37
- [4] Фрянецев А.В. О полиномиальных решениях линейных дифференциальных уравнений. – УМН, 2008. – Т. 63, выпуск 3(381). – С. 149-150
- [5] Чунаев П.В. Аппроксимация суммами специального вида и приложения // Дипломная работа. – ВлГУ, 2009
- [6] Нигматянова Ю.М. Новые методы аппроксимации вещественными h -суммами в задачахобработки сигналов // Инновационные проекты кооперации вузов и предприятий машиностроения: практика внедрения лазерных технологий. – Материалы всероссийского конференции-совещания. – Владимир, 2015. – С. 42-47

ЗАМЕТКИ

ЗАМЕТКИ

ИЗБЫТОЧНЫЕ ПАРНЫЕ ДЕРЕВЬЯ В ГРАФОАНАЛИТИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ РЕГЕНЕРАТИВНЫХ ЭЛЕКТРОННЫХ СИСТЕМ

Савкин Л.В. (Россия)
ПАО «Радиофизика»
solaris.rafo@gmail.com

Различные типы реконфигурируемых вычислительных систем (РВС), реализуемых в большинстве случаев на базе программируемых логических интегральных схем (ПЛИС) класса FPGA [1], довольно эффективно описываются графоаналитическими методами [1, 2]. Данное обстоятельство связано, прежде всего, с тем, что все известные типы РВС в общем случае представляют собой однородные аппаратные архитектуры.

В качестве основного подхода в построении графоаналитических моделей РВС исследуются орграфы больших размерностей вида $G = G(F, X)$, где F – представляет собой множество функциональных вершин, реализующих посредством конфигурируемых логических блоков (КЛБ) ПЛИС базовые логико-арифметические операции, а X – множество направленных дуг между функциональными КЛБ-вершинами $\{f_1, f_2, f_3, \dots, f_n\} = F$, описывающих топологию направленных связей между ними. Дуги орграфа G описывают требуемую конфигурацию единого реконфигурируемого вычислительного поля (РВП) и задают тем самым аппаратную архитектуру его функциональных и контролирующих фрагментов.

В рамках совершенствования различных концепций РВС, например, таких как регенеративные электронные системы (РегЭС) [2], возникает необходимость разработки унифицированной методики описания РВС, которая могла бы одновременно учитывать как процессы функционального взаимодействия выделенных фрагментов РВП на уровне КЛБ, так и их топологические (или конфигурационные) свойства в составе единого РВП. В настоящее время представляются возможными два пути к решению данного вопроса.

Один из путей связан с применением графоаналитических моделей РегЭС на основе комбинаторных диаграмм Юнга. Данный подход позволяет учитывать все временные задержки, возникающие в процессе

прохождения цифровых сигналов через наборы КЛБ, что, в свою очередь, позволяет в значительной степени однозначно оценить рассинхронизацию цифровых потоков в той или иной точке общего графа РВП G . Кроме того, использование диаграмм Юнга в проектировании фрагментов РВП РегЭС позволяет учитывать также и комбинаторные особенности прилегающих друг к другу соседних областей КЛБ-вершин. Второй путь основан на необходимости количественной оптимизации избыточных функциональных и контролирующих вершин фрагментов РВП РегЭС. Эффективное решение данной проблемы очень важно, прежде всего, с точки зрения оптимального распределения вычислительных ресурсов единого РВП РегЭС. Для решения данного вопроса рассматривается возможность применения графоаналитических моделей РегЭС, представляющих собой объединение избыточных парных деревьев $D_1(F_1, X_1) \cup D_2(F_2, X_2) \cup \dots \cup D_k(F_k, X_k)$. Последние, в свою очередь, позволяют описывать архитектуры выделенных фрагментов РВП, относящихся как к функциональным архитектурам (или средам) РегЭС, так и к контролирующим.

В докладе представлены примеры использования графоаналитических моделей РегЭС с избыточными парными деревьями. На основе рассмотренных примеров предложена обобщенная методика проектирования РегЭС, сочетающая в себе подходы с использованием графоаналитических моделей РВП на диаграммах Юнга и моделей с избыточными парными деревьями. Общее (суммарное) число базовых функциональных вершин исходного орграфа РВП РегЭС, реализуемых посредством КЛБ (экспериментальная платформа РВП на базе ПЛИС семейства Virtex-7 фирмы Xilinx), составляет значение $N \approx 3,4$ млн.

Литература

- [1] Каляев И.А., Левин И.И., Семерников Е.А., Шмойлов В.И. Реconfigурируемые мультиконвейерные вычислительные структуры /Изд. 2-е, перераб. и доп. / Под общ. Ред. И.А. Каляева. - Ростов-на-Дону: Изд-во ЮНЦ РАН, 2009. – 344 с.
- [2] Савкин Л.В. Графоаналитическое моделирование бортовых регенеративных электронных систем космических аппаратов / Материалы XIII конференции молодых ученых «Фундаментальные

и прикладные космические исследования». Тезисы.М.: Изд-во ИКИ РАН, Москва, 2016. - с. 84.

ЗАМЕТКИ

ЗАМЕТКИ

Научное издание
МЕЖДУНАРОДНАЯ ШКОЛА МОЛОДЫХ УЧЕНЫХ
«МОДЕЛИРОВАНИЕ И ОПТИМИЗАЦИЯ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ»

Аннотации лекций и докладов

Суздаль
8 – 12 июля 2016 г.

Печатается в авторской редакции

Подписано в печать 29.06.2016

Компьютерная верстка В. Манихина, А. Платова, Е. Шелеповой.

Тираж 50 экз.

М.: МИАН, 2016.
<http://agora.guru.ru/mocs2016>, mccs@vlsu.ru